



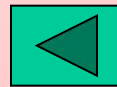
第6章 互感电路

6.1 互感与互感电压

6.2 同名端及其判定

6.3 具有互感电路的计算

*6.4 空芯变压器



6.1 互感与互感电压

目的与要求

- 1、理解互感系数的定义
- 2、会计算互感电压

重点与 难点

重点：互感电压、互感系数

难点：耦合系数

6.1.1 互感现象（一）

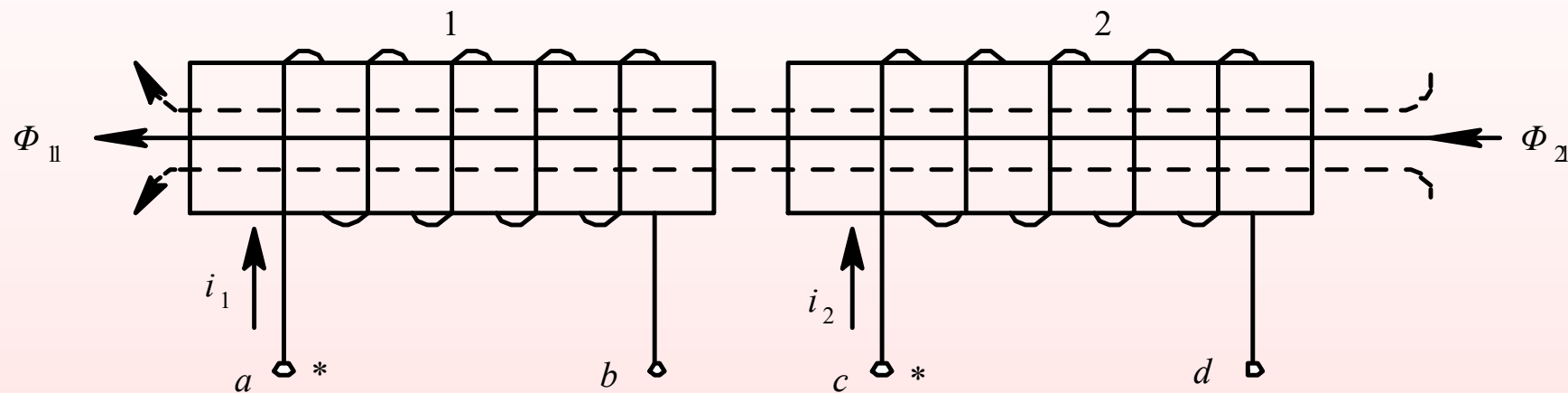


图 6.1 互感应现象

6.1.1 互感现象（二）

- 1、自感磁通 Φ_{11} ：在线圈1中通以交变电流 i_1 ，使线圈1具有的磁通 Φ_{11} 叫自感磁通 Φ_{11} 。
- 2、自感磁链 ψ_{11} ： $\psi_{11}=N_1 \Phi_{11}$ 叫线圈1的自感磁链。
- 3、互感磁通 Φ_{21} ：由于线圈2处在 i_1 所产生的磁场中， Φ_{11} 的一部分穿过线圈2，线圈2具有的磁通 Φ_{21} 叫做互感磁通。
- 4、互感磁链 ψ_{21} ： $\psi_{21}=N_2 \Phi_{21}$

6.1.1 互感现象（三）

5、互感电压： i_1 的变化引起 Φ_{21} 变化，从而在线圈2中产生的电压叫互感电压。

6、互感现象： 由一个线圈的交变电流在另一个线圈中产生感应电压的现象叫做互感现象。

6.1.2 互感系数

$$\psi_{21} \propto i_1$$

$$\psi_{21} = M_{21} i_1$$

$$M_{21} = \frac{\psi_{21}}{i_1}$$

$$M_{12} = \frac{\psi_{21}}{i_2}$$

$$M = M_{12} = M_{21}$$

6.1.3 耦合系数

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

$$L_1 = \frac{\Psi_{11}}{i_1} = \frac{N_1 \varphi_{11}}{i_1} \quad , \quad L_2 = \frac{\Psi_{22}}{i_2} = \frac{N_2 \varphi_{22}}{i_2}$$

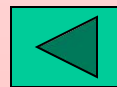
$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{i_2} = \frac{N_1 \varphi_{21}}{i_2} \quad , \quad M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{i_1} = \frac{N_2 \varphi_{12}}{i_1}$$

$$k = \sqrt{\frac{M_{12} M_{21}}{L_1 L_2}} = \sqrt{\frac{\psi_{12} \psi_{21}}{\psi_{11} \psi_{22}}} = \sqrt{\frac{\Phi_{12} \Phi_{21}}{\Phi_{11} \Phi_{22}}}$$

6.1.4 互感电压（一）

$$u_{21} = \frac{d\psi_{21}}{dt} = M \frac{di_1}{dt}$$

$$u_{12} = \frac{d\psi_{12}}{dt} = M \frac{di_2}{dt}$$



6.1.4 互感电压（二）

$$i_1 = I_{1m} \sin \omega t \quad , \quad i_2 = I_{2m} \sin \omega t$$

$$u_{21} = M \frac{di_1}{dt} = M \frac{d(I_{1m} \sin \omega t)}{dt}$$

$$= \omega M I_{1m} \cos \omega t = \omega M I_{1m} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$u_{12} = \omega M I_{2m} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$\dot{U}_{21} = j\omega M \dot{I}_1 = jX_M \dot{I}_1 \quad , \quad \dot{U}_{12} = j\omega M \dot{I}_2 = jX_M \dot{I}_2$$

教学方法

将互感与自感比较着讲解，帮助学生理解互感的定义

思考题

- 1、互感应现象与自感应现象有什么异同？
- 2、互感系数与线圈的那些因素有关？
- 3、已知两耦合线圈的 $L_1=0.04\text{H}$, $L_2=0.06\text{H}$, $k=0.4$,试求其互感。
- 4、 $\dot{U}_{21} = j\omega M \dot{I}_1$ 式中互感电压的参考方向与互感磁通及电流的参考方向之间有什么关系？

6.2 同名端及其判定

目的与要求

会判断同名端，理解同名端的测定

重点与 难点

重点:互感电压参与方向的标定

难点:同名端的测定

6.2.1 同名端 (一)

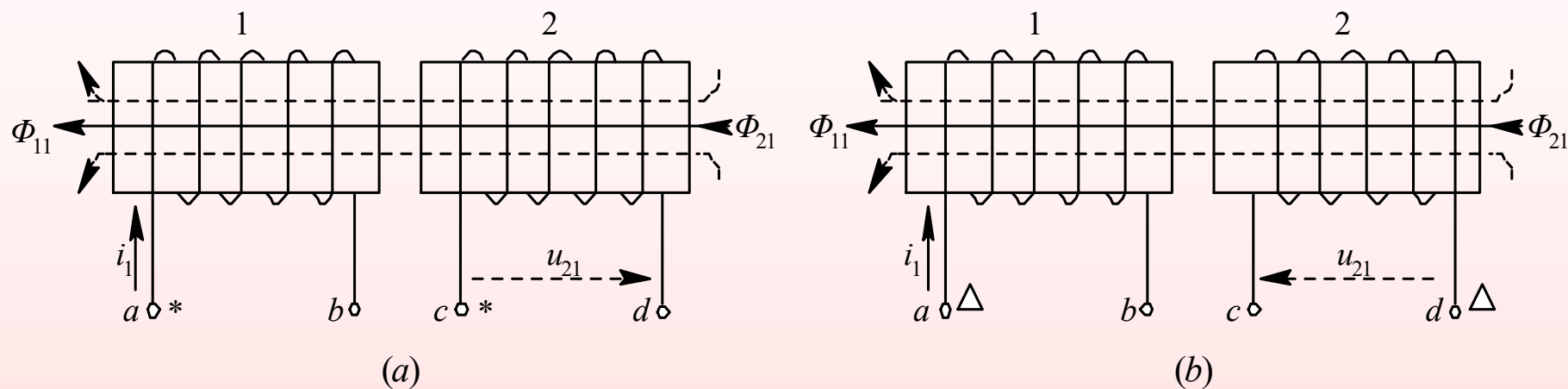


图 6.2 互感电压与线圈绕向的关系

6.2.1 同名端 （二）

当两个线圈的电流分别从端钮1和端钮2流进时, 每个线圈的自感磁通和互感磁通的方向一致, 就认为磁通相助, 则端钮1、 2就称为同名端。

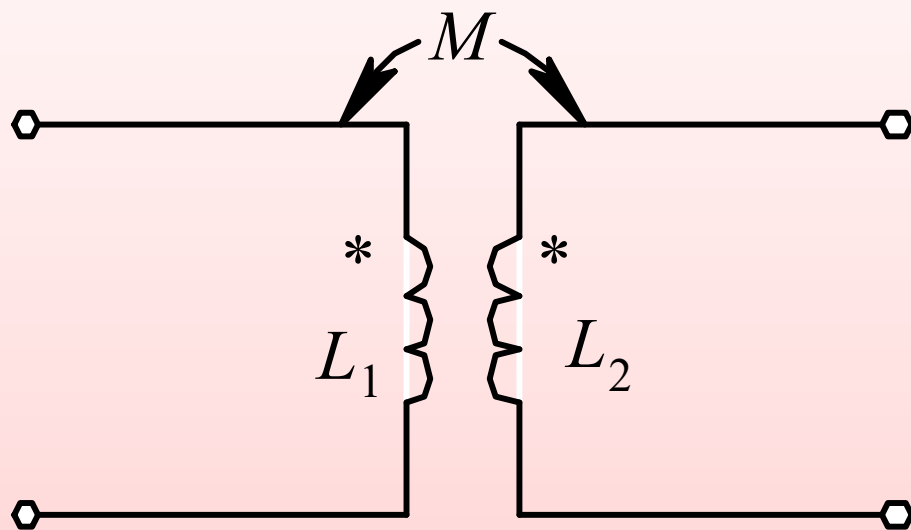


图6.3 有耦合电感的电路模型

6.2.2 同名端的测定

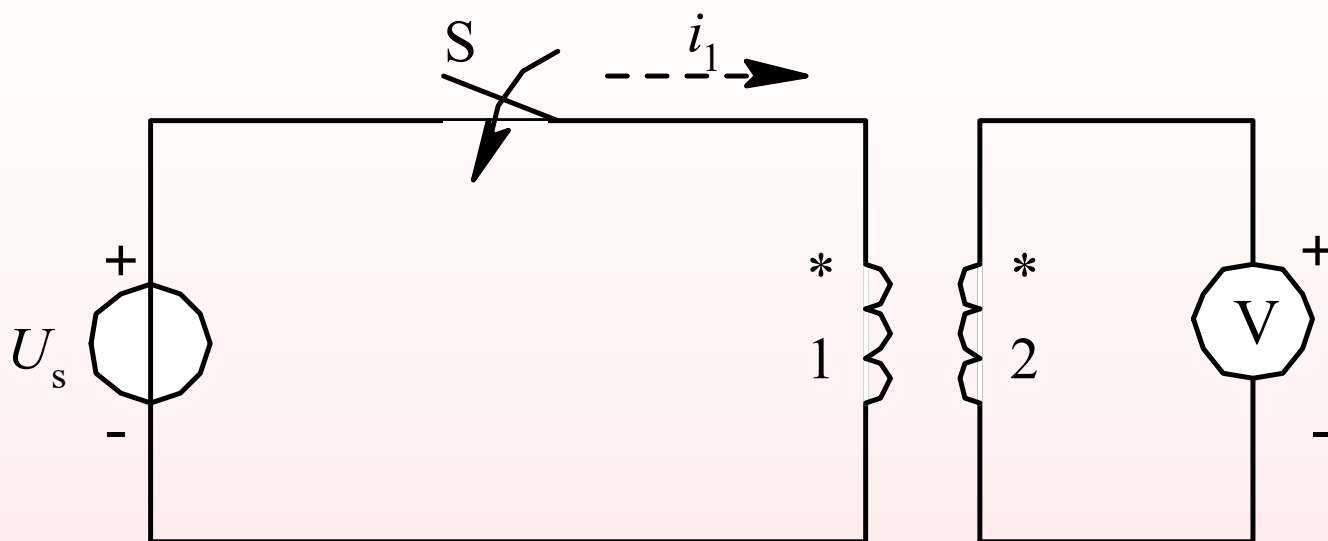


图6.4 同名端的测定

当随时间增大的电流从一线圈的同名端流入时, 会引起另一线圈同名端电位升高。

6.2.3 同名端原则（一）

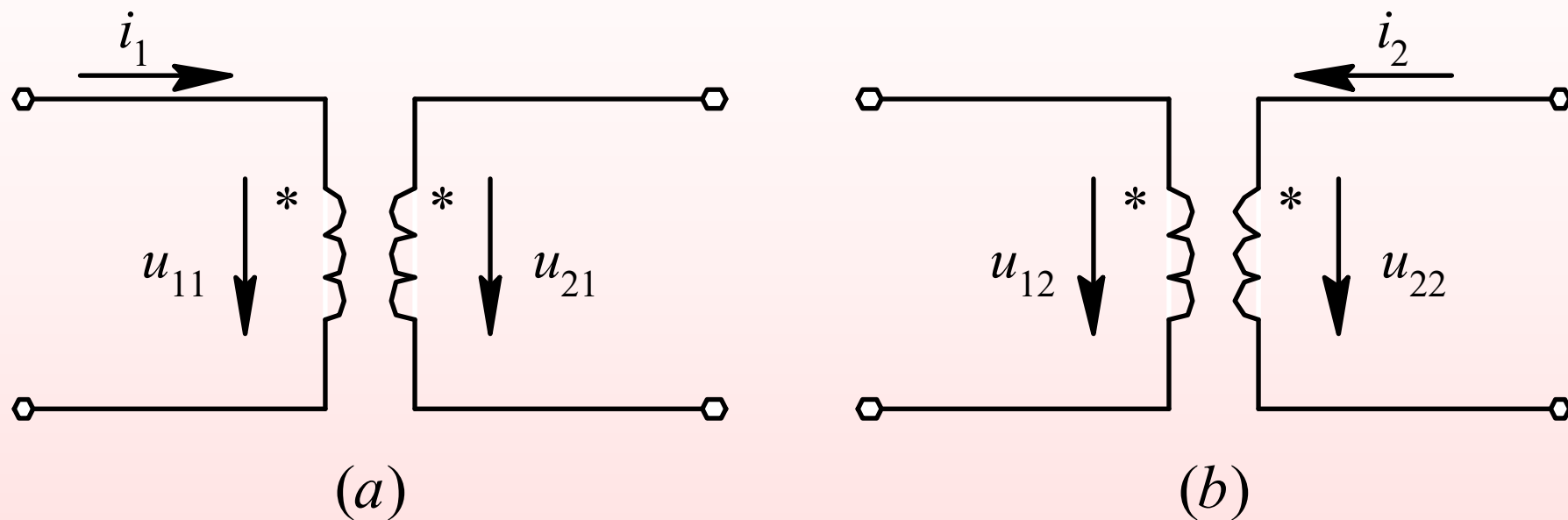


图 6.5 互感线圈中电流、电压参考方向

6.2.3 同名端原则（二）

$$\left. \begin{aligned} u_{12} &= M \frac{di_2}{dt} \\ u_{21} &= M \frac{di_1}{dt} \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} \dot{U}_{21} &= j\omega M \dot{I}_1 = jX_M \dot{I}_1 \\ \dot{U}_{12} &= j\omega M \dot{I}_2 = jX_M \dot{I}_2 \end{aligned} \right\}$$

例6.1 (一)

图6.6所示电路中, $M=0.025\text{H}$,

$i_1 = \sqrt{2} \sin 1200t \text{ A}$, 试求互感电压 u_{21} 。

解 选择互感电压 u_{21} 与电流 i_1 的参考方向对同名端一致, 如图中所示。则

$$u_{21} = M \frac{di_1}{dt}$$

例6.1 (二)

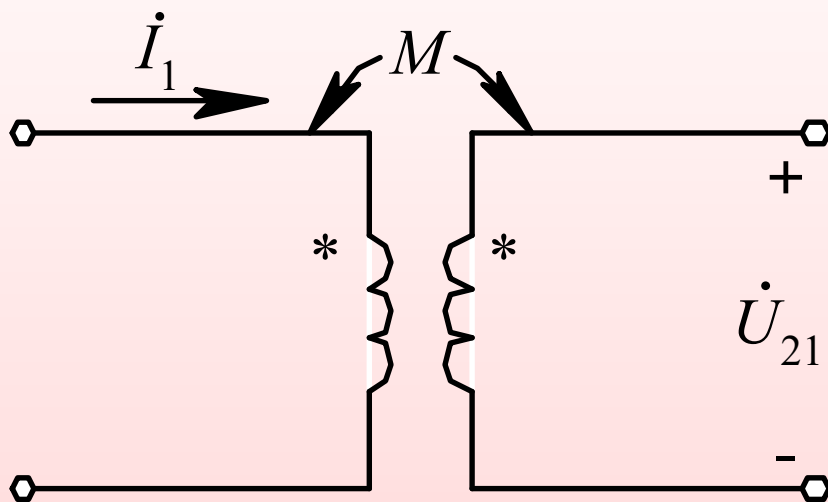


图 6.6 例 6.1 图

例6.1 (三)

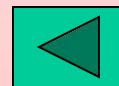
其相量形式为:

$$\dot{U}_{21} = j\omega M \dot{I}_1, \quad \dot{I}_1 = 1 \angle 0^\circ A$$

故

$$\dot{U}_{21} = j\omega M \dot{I}_1 = j1200 \times 0.025 \times 1 \angle 0^\circ = 30 \angle 90^\circ V$$

所以 $u_{21} = 30\sqrt{2} \sin(1200t + 90^\circ) V$



教学方法

讲授法

思考题（一）

1、在图6.4中，若同名端已知，开关原先闭合已久，若瞬时切断开关，电压表指针如何偏转？为什么？这与同名端一致原则矛盾吗？

2、请在图6.8中标出自感电压和互感电压的参考方向，并写出 u_1 和 u_2 的表达式。

思考题（二）

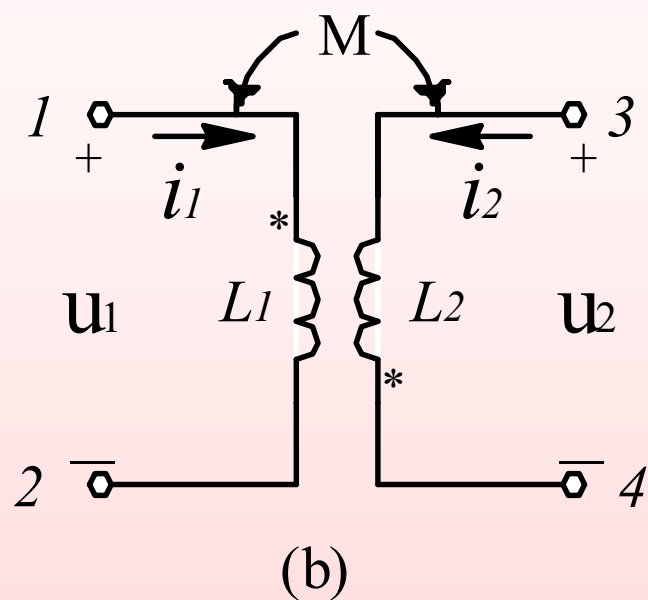
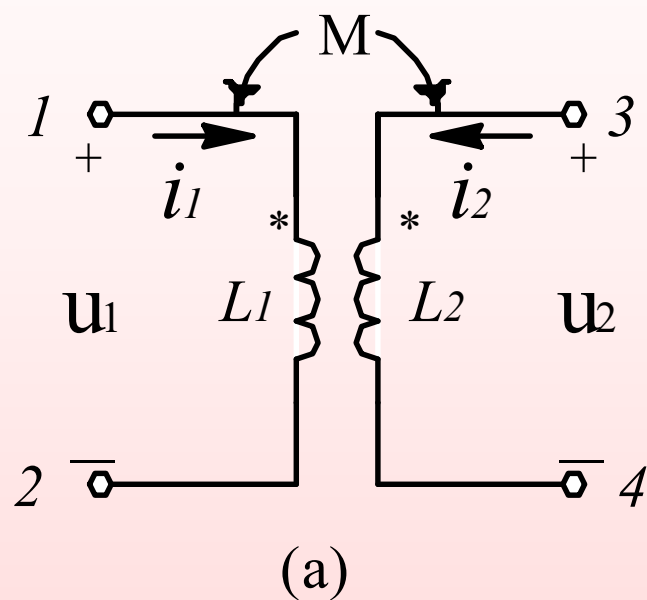


图6.8 思考题 2 图

6.3 具有互感电路的计算

目的与要求

会计算互感电路的计算

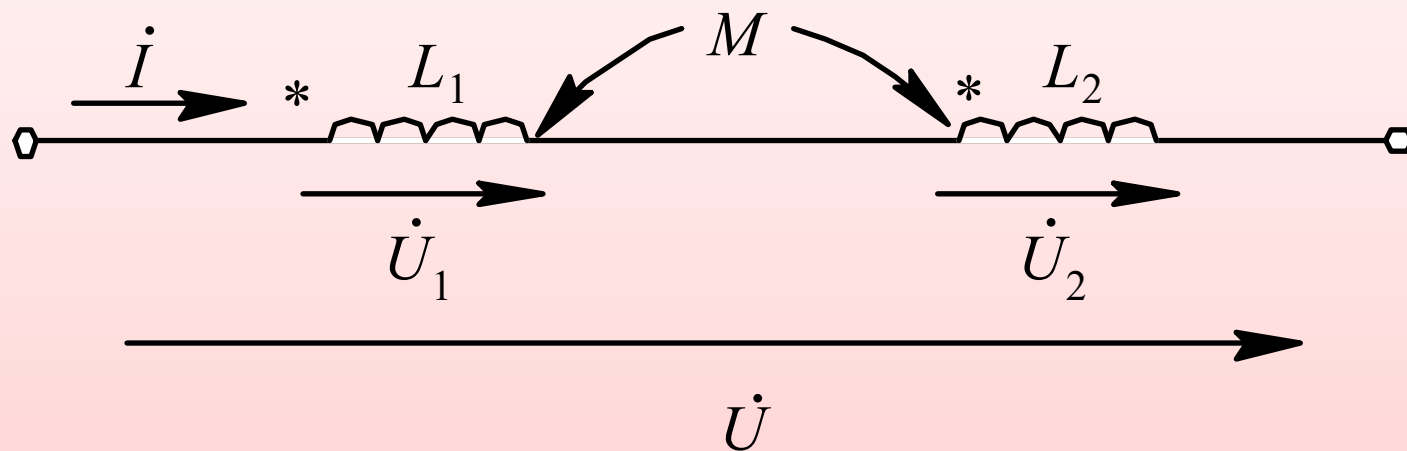
重点与难点

重点： 串联等效电感， 并联等效电路

难点： 互感消去法

6.3.1 互感线圈的串联（一）

1. 顺向串联：两线圈的异名端相连。



6.3.1 互感线圈的串联（二）

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{11} + \dot{U}_{12} = j\omega L_1 \dot{I} + j\omega M \dot{I}$$

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_{22} + \dot{U}_{21} = j\omega L_2 \dot{I} + j\omega M \dot{I}$$

串联后总电压 $\dot{U}_1 + \dot{U}_2 = j\omega(L_1 + L_2 + 2M)\dot{I} = j\omega L_F \dot{I}$

$$L_F = L_1 + L_2 + 2M$$

6.3.1 互感线圈的串联（三）

2、反向串联：两个线圈的同名端相连。

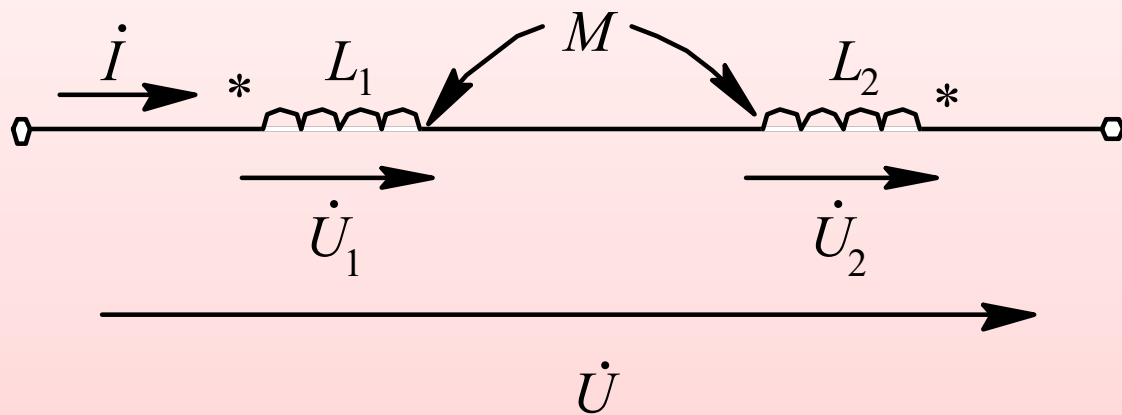


图 6.10 反向串联

6.3.1 互感线圈的串联（四）

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{11} - \dot{U}_{12} = j\omega L_1 \dot{I} - j\omega M \dot{I}$$

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_{22} - \dot{U}_{21} = j\omega L_2 \dot{I} - j\omega M \dot{I}$$

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = j\omega (L_1 + L_2 - 2M) \dot{I} = j\omega L_R \dot{I}$$

$$L_R = L_1 + L_2 - 2M$$

$$M = \frac{L_F - L_R}{4}$$

例 6.2 (一)

将两个线圈串联接到工频220V的正弦电源上, 顺向串联时电流为2.7A, 功率为218.7W, 反向串联时电流为7A, 求互感 M 。

解 正弦交流电路中, 当计入线圈的电阻时, 互感为 M 的串联磁耦合线圈的复阻抗为

例 6.2 (二)

$$Z = (R_1 + R_2) = \frac{P}{I_F^2} = \frac{218.7}{2.7^2} = 30\Omega$$

$$L_F = L_1 + L_2 + 2M$$

$$= \frac{1}{100\pi} \sqrt{\left(\frac{U}{I_F}\right)^2 - (R_1 + R_2)^2}$$

$$= \frac{1}{100\pi} \sqrt{\left(\frac{220}{2.7}\right)^2 - 30^2} = 0.24H$$

例 6.2 (三)

反向串联时, 线圈电阻不变, 根据已知条件可得

$$L_R = L_1 + L_2 - 2M = \frac{1}{100\pi} \sqrt{\left(\frac{U}{I_R}\right)^2 - (R_1 + R_2)^2}$$

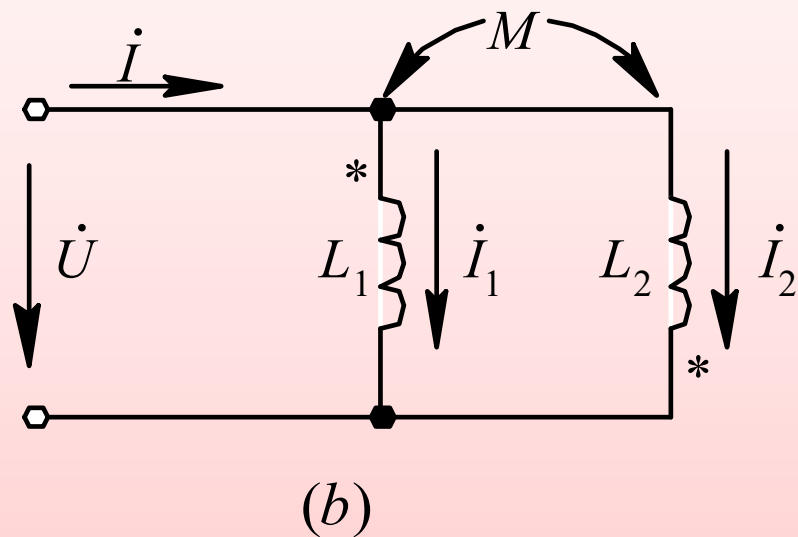
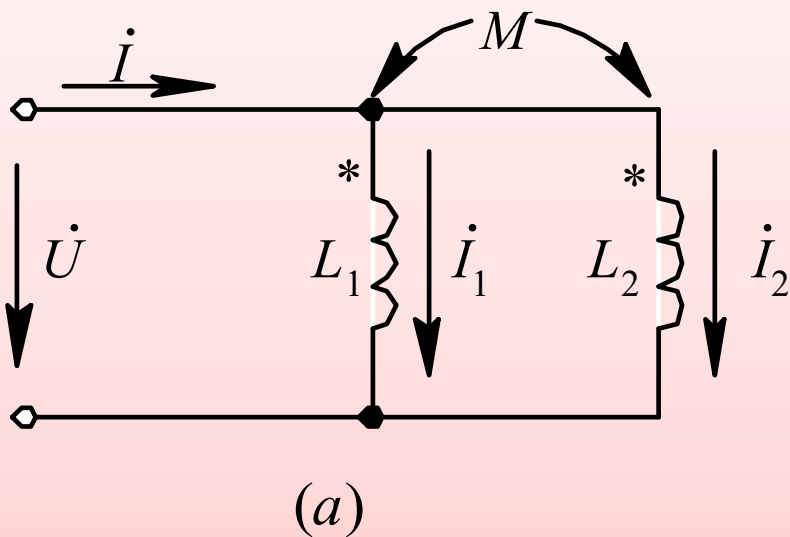
$$= \frac{1}{100\pi} \sqrt{\left(\frac{220}{7}\right)^2 - 30^2} = 0.03H$$

$$M = \frac{L_F - L_R}{4} = \frac{0.24 - 0.03}{4} = 0.053H$$

6.3.2 互感线圈的并联（一）

(1) 同侧并联
异侧并联

(2) 有时为了便于分析电路，将 (*) 式整理



6.3.2 互感线圈的并联（二）

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \\ \dot{U} &= j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2 \\ \dot{U} &= j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1 \end{aligned} \right\}$$

求解得：

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{j\omega(L_1 L_2 - M^2)}{L_1 + L_2 \mp 2M} = j\omega L$$

$$L = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \mp 2M}$$

6.3.2 互感线圈的并联（三）

(3) 有时为了便于分析电路，将（*）式整理

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M(\dot{I} - \dot{I}_1) = j\omega(L_1 \mp M)\dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I} \\ \dot{U} &= j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M(\dot{I} - \dot{I}_2) = j\omega(L_2 \mp M)\dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I} \end{aligned} \right\}$$

去耦等效电路

6.3.2 互感线圈的并联（四）

$\pm M$ 正号对应于同侧并联
 负号对应于异侧并联 M
前负号对应于同侧并联
 M 前正号对应于异侧并联

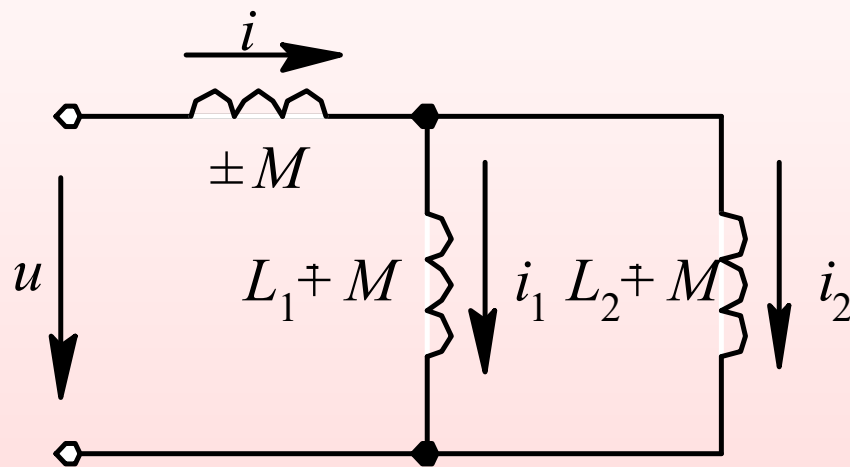


图 6.12 消去互感后的等效电路

6.3.2 互感线圈的并联（五）

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{13} &= j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2 \\ \dot{U}_{23} &= j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{13} &= j\omega(L_1 \mp M) \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2 \\ \dot{U}_{23} &= j\omega(L_2 \mp M) \dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1 \end{aligned} \right\}$$

6.3.2 互感线圈的并联（六）

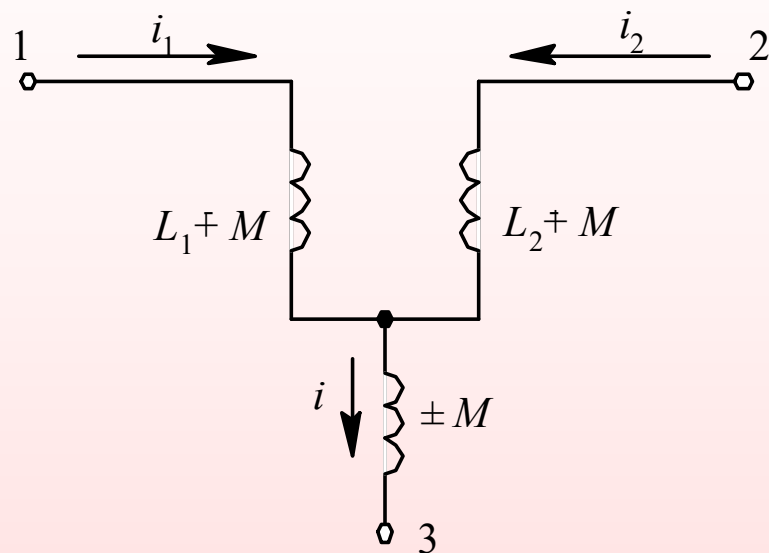
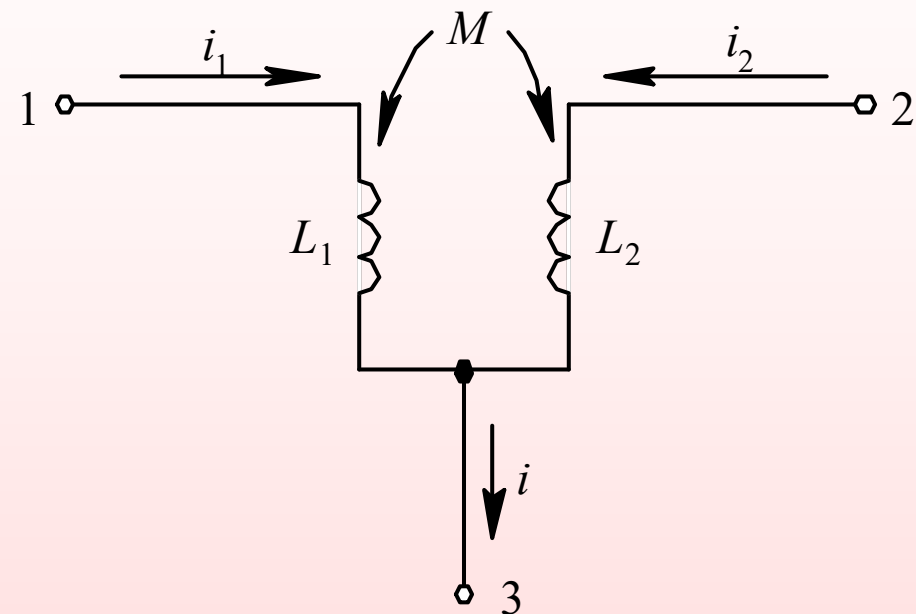


图 6.13 一端相连的互感线圈

图 6.14 去耦等效电路

M 前正号对应同侧相连， M 前负号对应异侧相连

教学方法

结合实验讲解本节内容

思考题（一）

1、图6.15中给出有互感的两个线圈的两种连接方法，现测出等效电感 $L_{AC}=16\text{mH}$ ， $L_{AD}=24\text{mH}$ ，试标出线圈的同名端，并求出 M 。

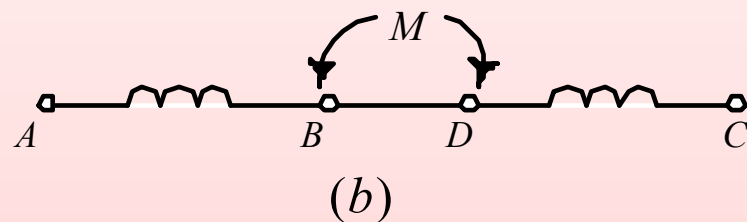
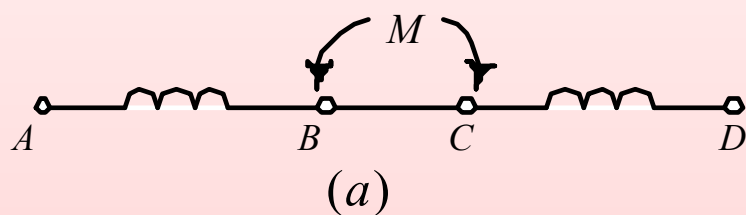


图6.15 思考题1图

思考题（二）

2、两线圈的自感分别为 0.8H 和 0.7H ，互感为 0.5H ，电阻不计。试求当电源电压一定时，两线圈反向串联时的电流与顺向串联时的电流之比。

3、图6.16所示电路中，已知 $L_1=0.01\text{H}$ ， $L_2=0.02\text{H}$ ， $M=0.01\text{H}$ ， $C=20\mu\text{F}$ ， $R_1=5\Omega$ ， $R_2=10\Omega$ ，试分别确定当两个线圈顺向串联和反向串联时电路的谐振角频率 ω_0 。

思考题（三）

4、画出图6.17所示电路的去耦等效电路，并求出电路的输入阻抗。

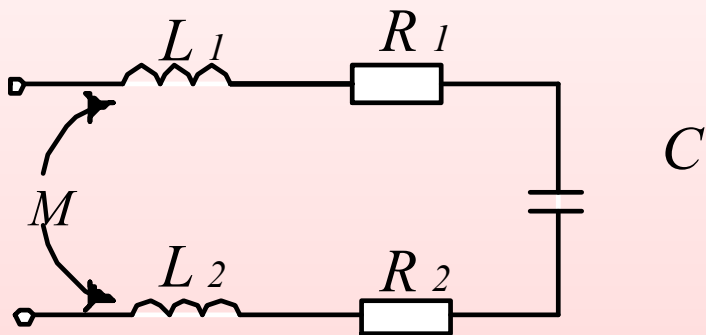


图 6.16 思考题 3 图

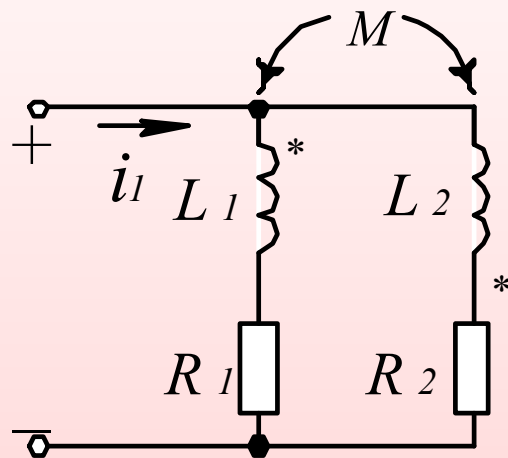


图 6.17 思考题 4 图

*6.4 空芯变压器

目的与要求

理解空芯变压器及反射阻抗的概念

重点与难点

重点： 芯变压器、反射阻抗

难点： 反射阻抗

*6.4 空芯变压器（一）

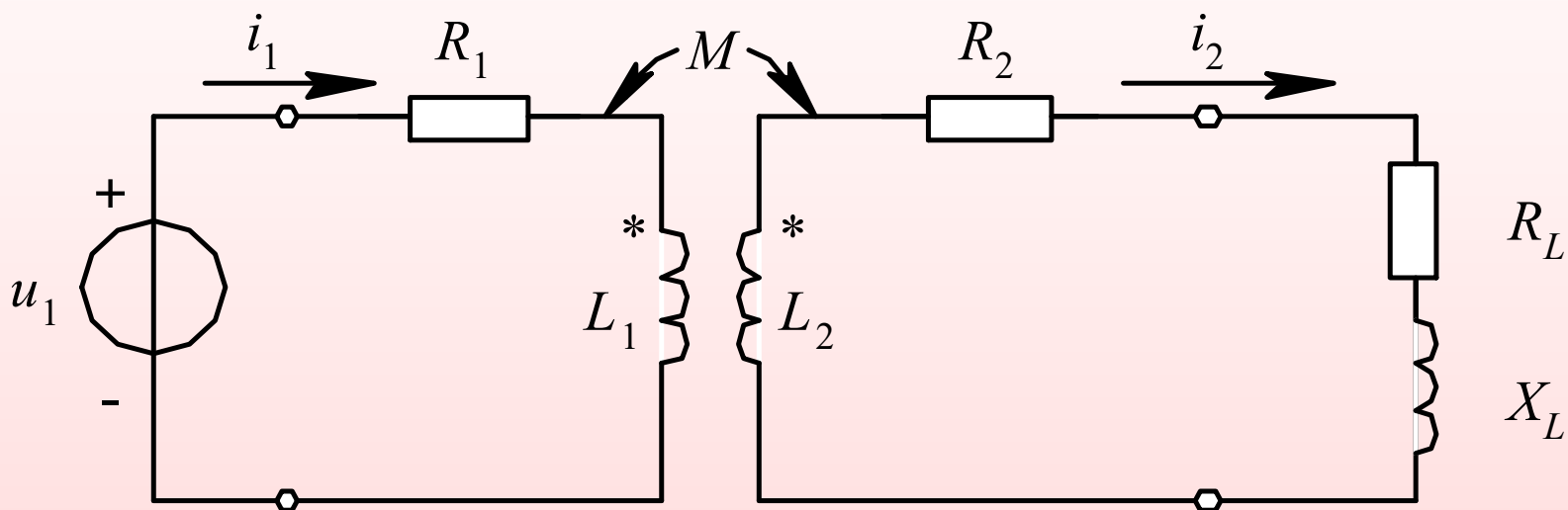


图 6.18 空芯变压器电路

*6.4 空芯变压器（二）

$$\left. \begin{aligned} (R_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 &= \dot{U}_1 \\ -j\omega M \dot{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2 + R_L + jX_L) \dot{I}_2 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$Z_{11} = R_1 + j\omega L_1, \quad Z_{22} = R_2 + j\omega L_2 + R_L + jX_L = R_{22} + jX_{22}$$

$$Z_{12} = Z_{21} = -j\omega M = -jX_M$$

*6.4 空芯变压器（三）

其中 $R_{22} = R_2 + R_L$, $X_{22} = \omega L_2 + X_L$. 则

$$\left. \begin{aligned} Z_{11} \dot{I}_1 + Z_{12} \dot{I}_2 &= \dot{U}_1 \\ Z_{21} \dot{I}_1 + Z_{22} \dot{I}_2 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\dot{I}_2 = -\frac{Z_{21} \dot{I}_1}{Z_{22}} = \frac{j\omega M}{Z_{22}} \dot{I}_1$$

$$\dot{I}_1 = -\frac{\dot{U}_1}{Z_{11} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}}$$

*6.4 空芯变压器（四）

$$Z_1 = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = Z_{11} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}} = Z_{11} + Z_{1f}$$

$$Z_{1f} = \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}} = \frac{(\omega M)^2}{R^2 + R_L + j(\omega L_2 + X_L)} = \frac{(\omega M)^2}{R_{22} + jX_{22}}$$

$$Z_1 = Z_{11} + Z_{1f} = R_1 + jX_1 + \frac{X_M^2}{R_{22} + jX_{22}}$$

$$= R_1 + \frac{X_M^2}{R_{22}^2 + X_{22}^2} R_{22} + j(X_1 - \frac{X_M^2}{R_{22}^2 + X_{22}^2} X_{22})$$

*6.4 空芯变压器（五）

$$R_1' = R_1 + \frac{X_M^2}{R_{22}^2 + X_{22}^2} R_{22}$$

$$X_1' = X_1 - \frac{X_M^2}{R_{22}^2 + X_{22}^2} X_{22}$$

$$\frac{X_M^2}{R_{22}^2 + X_{22}^2} R_{22} \text{称反射电阻} \quad - \frac{X_M^2}{R_{22}^2 + X_{22}^2} X_{22} \text{称反射电抗}$$

例6.3 (一)

图 6.18 所示的空芯变压器, 其参数为: $R_1=5\Omega$, $\omega L_1=30\Omega$, $R_2=15\Omega$, $\omega L_2=120\Omega$, $\omega M=50\Omega$, $U_1=10\text{V}$, 次级回路中接一纯电阻负载 $R_L=100\Omega$, $X_L=0$ 。求负载端电压及变压器的效率。

解 令 $\dot{U}_1=10\angle 0^\circ\text{V}$, 将已知数值代入式 (6.16), 可得

$$\begin{aligned}(5 + j30)\dot{I}_1 - j50\dot{I}_2 &= 10 \\ -j50\dot{I}_1 + (115 + j120)\dot{I}_2 &= 0\end{aligned}$$

例6.3 (二)

从而可得

$$\dot{I}_1 = \frac{(115 + j120)\dot{I}_2}{j50} = \frac{165/46.2^\circ}{50/90^\circ} \dot{I}_2 = 3.32 \angle -43.8^\circ \dot{I}_2$$

$$3.32 \angle -43.8^\circ (5 + j30) \dot{I}_2 - j50 \dot{I}_2 = 10$$

$$\dot{I}_2 = \frac{10}{81.7/7.3^\circ} = 0.122 \angle -7.3^\circ A$$

例6.3 (三)

$$U_L = I_2 R_L = 12.2V$$

$$\dot{I}_1 = 3.32 \angle 43.8^\circ \times 0.122 \angle -7.3^\circ = 0.405 \angle -51.1^\circ A$$

$$\eta = \frac{I_2^2 R_L}{I_1^2 R_1 + I_2^2 (R_2 + R_L)} = 0.588 = 58.8\%$$

*6.4 空芯变压器（六）

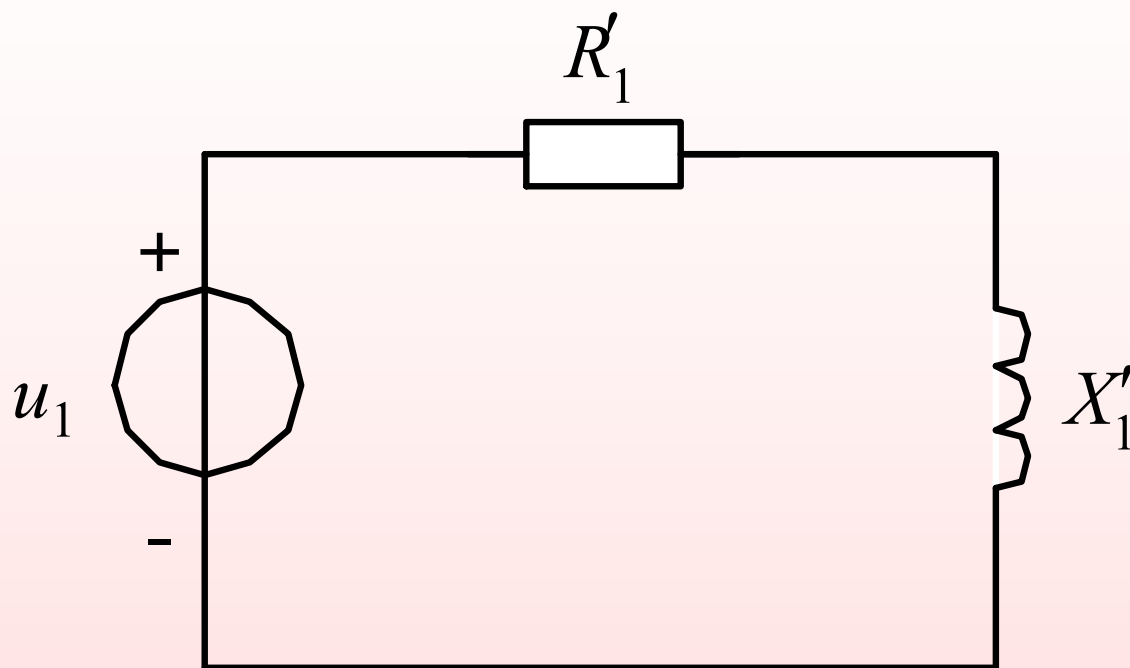


图6.19 空芯变压器的初级等效电路

*6.4 空芯变压器（七）

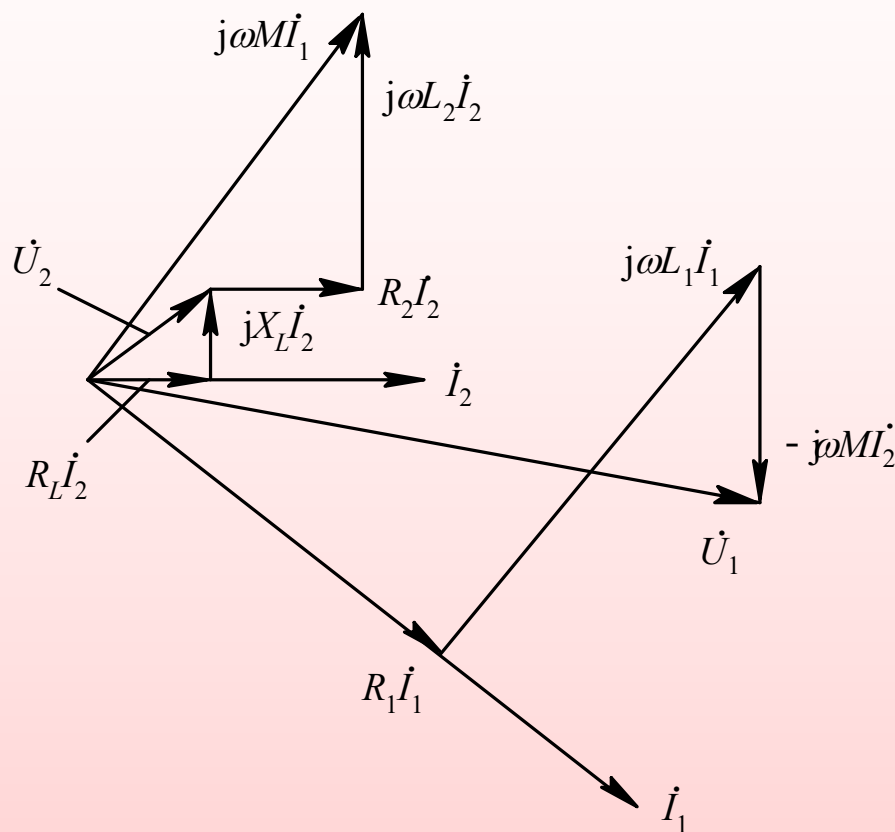
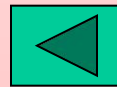


图 6.20 空芯变压器相量图



教学方法

讲授法

思考题（一）

- 1、
 - (1) 试列出图6.21中两个回路的KVL方程。
 - (2) 如 $\dot{U}_2 = 0$, 即副绕组短路, 试求对原绕组端口而言的等效电感。
- 2、试求出图6.22所示空芯变压器AB间的等效阻抗。

思考题（二）

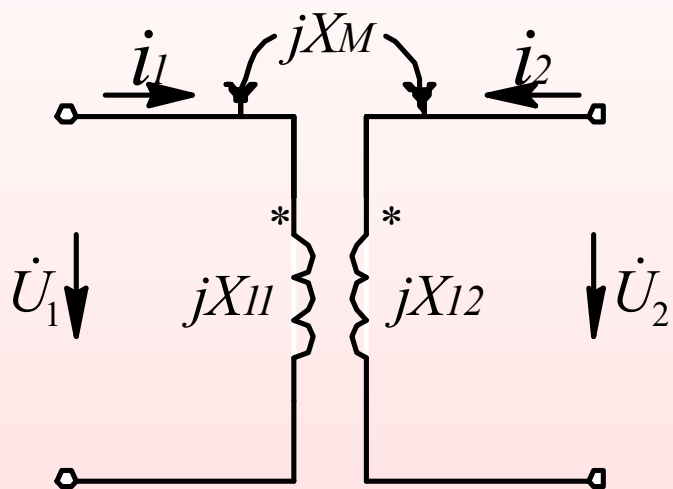


图 6.21 思考题 1 图

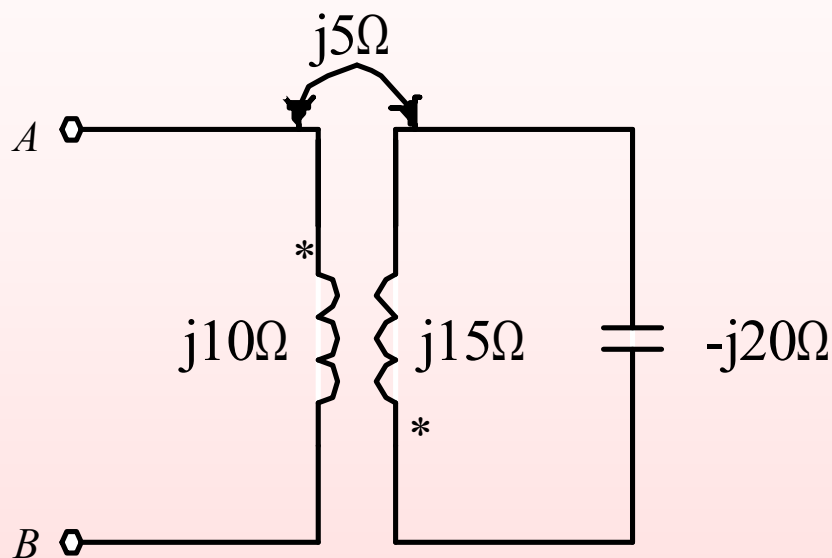


图 6.22 思考题 2 图